



Aleksandra MANECKA
MiBM



Zagadnienie stateczności sprężystej pryzmatycznego pręta w zastosowaniu do nanorurek węglowych

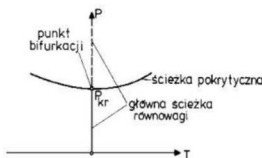
The problem of elastic stability of a prismatic bar in application to carbon nanotubes

promotor: **prof. dr hab. inż. Ryszard Pęcherski** – Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

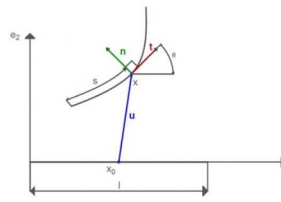
Streszczenie: W pracy przedstawiono analizę stateczności sprężystej pryzmatycznego pręta w zastosowaniu do jednowymiarowych nanostruktur na przykładzie nanorurek węglowych i nanoprętów. Wyprowadzono algorytm do wyznaczania krzywizny ściskanego pręta. Wywodzi się on z nieliniowych równań różniczkowych. Następnie zaproponowano teorię nieliniową, uzyskując wzór na siłę krytyczną powodującą płaską utratę stateczności.

Wprowadzenie

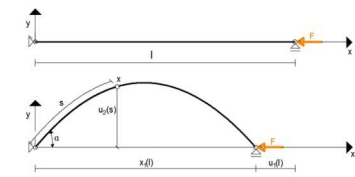
Zjawisko utraty stateczności jest spowodowane zmianą stanu równowagi konstrukcji w wyniku przekroczenia tzw. siły krytycznej. Punkt, w którym następuje rozgałęzienie stanu równowagi nazywany jest punktem bifurkacji. Jego określenie jest bardzo istotne z inżynierskiego punktu widzenia (następuje wtedy utrata nośności). Problemy stateczności ze względu na kinematykę dzieli się na dwie grupy: płaską i przestrzenną. W tej pracy omówione zostało zagadnienie płaskiej utraty stateczności, w której deformację pręta poddanego obciążeniu opisuje krzywa płaska.



Rys.1 Bifurkacja stanu równowagi

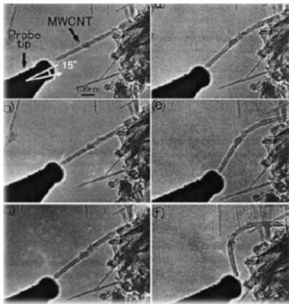


Rys.2 Kinematyka pryzmatycznego pręta na płaszczyźnie



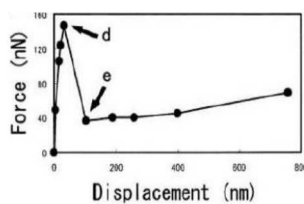
Rys.3 Pręt po przyłożeniu obciążenia osiowego

Utrata stateczności nanostruktur jednowymiarowych



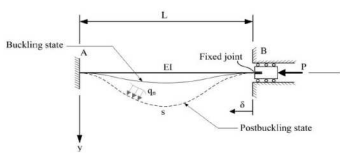
Rys.5 Ilustracja TEM nanorurki węglowej, obciążonej siłą ściskającą

Nanorurki węglowe

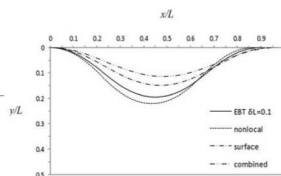


Rys.6 Wykres obrazujący zależność pomiędzy przyłożoną siłą, a przemieszczeniem, zaznaczono fazy wyboczenia

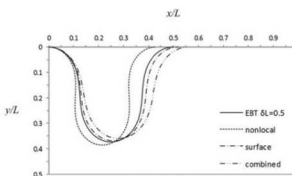
Nanopręty



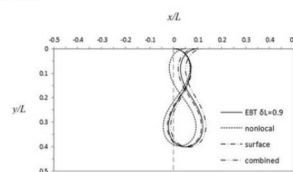
Rys.8 Schemat badania nanopręta. P- siła, L- długość, EI- sztywność, s_0 - przemieszczenie, q_0 - napięcie powierzchniowe, s- długość krzywej powstałej w wyniku utraty stateczności nanostruktury



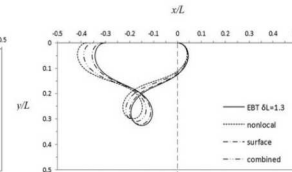
Rys.8 Pokrytyczne zachowanie nanopręta dla przemieszczenia $\delta L = 0.1$ i siły $P = 41.570$ nN



Rys.9 Pokrytyczne zachowanie nanopręta dla przemieszczenia $\delta L = 0.5$ i siły $P = 53.274$ nN



Rys.10 Pokrytyczne zachowanie nanopręta dla przemieszczenia $\delta L = 0.9$ i siły $P = 76.350$ nN



Rys.11 Pokrytyczne zachowanie nanopręta dla przemieszczenia $\delta L = 1.3$ i siły $P = 144.414$ nN

Na Rys 8-11 przedstawiono wyniki badań po przekroczeniu punktu bifurkacji ($P=P_{cr}$). Pokrytyczne zachowanie nanopręta wyraźnie przypomina elastyki zamieszczone na Rys. 4. Postać wyboczenia zmienia się wraz ze wzrostem stosunku P/P_{cr} .

Algorytm obliczeniowy



Sformułowanie problemu, przyjęcie założeń:

- pręt idealnie sprężysty, smukły, pryzmatyczny
- pręt nie ulega wydłużeniu ani skróceniu
- obciążenie przyłożone jest idealnie osiowo
- siły normalne i poprzeczne są zaniedbywalne

Wyznaczenie wzoru na krzywiznę zdeformowanego pręta w układzie współrzędnych biegunowych na podstawie uogólnionej funkcji przemieszczenia (Rys.2)

$$\kappa = \frac{\theta' \cos(\theta)}{\cos(\theta)} = \theta'$$

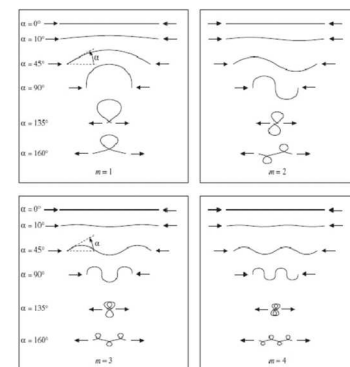
Analiza kinematyki ściskanego pręta przedstawienie kształtu elastyki w zależności od wartości początkowego kąta α (Rys.4)

$$\theta''(s) + \lambda^2 \sin\theta(s) = 0$$

Analiza stanów pokrytycznych. przedstawienie kształtu elastyki w zależności od wartości początkowego kąta α (Rys.4)

Dyskusja możliwej linearyzacji równania: aproksymacja sinusa jego argumentem - warunek małych przemieszczeń

$$\sin\theta(s) \approx \theta(s)$$



Rys.4 Kształt elastyk reprezentujących zachowanie struktury

Podsumowanie

Krzywe uzyskane bezpośrednio z nieliniowej teorii sprężystości odpowiadają pokrytycznym stanom, które osiągały nanorurki węglowe oraz inne nanostruktury pod wpływem obciążeń ściskających. Istnieje zatem ścisły związek pomiędzy otrzymanymi wynikami, a eksperymentami przeprowadzonymi na obiektach rzeczywistych. Kontynuacją pracy może być uwzględnienie wpływu imperfekcji geometrycznych i materiałowych oraz zastosowania nielokalnej teorii sprężystości, jak również energii napięcia powierzchniowego, co pozwoli na bardziej adekwatne przewidywanie zachowań nanostruktur.